

Данная статья представляет собой расширенную версию доклада, представленного на [конференции GraphiCon 2025](#).

## **Цифровой двойник на примере математического моделирования узла ветроэнергетической установки**

А.Е. Бондарев<sup>1</sup>

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-3681-5212, [bond@keldysh.ru](mailto:bond@keldysh.ru)

### **Аннотация**

В статье представлен комплексный подход к созданию и визуализации цифрового двойника узла ветроэнергетической установки. Исследование фокусируется на интеграции математического моделирования с современными методами научной визуализации. Разработана методология, объединяющая многопараметрическое моделирование динамических процессов с их визуальным представлением в режиме реального времени. На основе дифференциальных уравнений движения и методов конечных элементов создана математическая модель, учитывающая аэродинамические и механические характеристики исследуемого узла. Представлены результаты численного моделирования с использованием современных CAE-систем, включая анализ напряженно-деформированного состояния и аэродинамических показателей. Особое внимание уделено разработке алгоритмов визуализации многомерных данных и их интерпретации.

**Ключевые слова:** цифровой двойник, научная визуализация, математическое моделирование, ветроэнергетическая установка, численные методы, CAE-системы, многопараметрическое моделирование.

## **1. Введение**

В современном мире, где цифровизация и интеллектуализация становятся ключевыми факторами конкурентоспособности в производственных отраслях, технология цифровых двойников (Digital Twin) приобретает все большее значение. Особенно актуально применение цифровых двойников на этапе разработки сложных и дорогостоящих технических систем, позволяя оптимизировать конструкцию, снизить риски и сократить сроки вывода на рынок инновационных продуктов.

Данная статья посвящена применению технологии цифровых двойников для оптимизации конструкции узла лопастей ветроэнергетической установки, находящейся на стадии разработки. В работе представлен опыт коллектива Института Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН в создании цифрового двойника, предназначенного для проведения виртуальных испытаний и моделирования с высокой точностью.

Данное исследование, представленное в цикле работ [1-7], вносит ценный вклад в области математического моделирования, численных методов и высокопроизводительных вычислений, благодаря чему позволяет создавать цифровые двойники, адекватно отражающие физические процессы, происходящие в реальных системах. Разработанная технология позволяет проводить параметрическую оптимизацию конструкции узла лопастей, учитывая различные конструкторские ограничения и максимизируя эффективность работы ветроэнергетической установки.

Целью данной работы является демонстрация возможностей цифрового двойника, созданного коллективом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, для оптимизации конструкции узла лопастей ветроэнергетической установки на этапе разработки. В работе описан рабочий процесс и раскрывается, как применение современных методов математического моделирования и визуализации позволяет находить оптимальные геометрические параметры, обеспечивающие максимальную эффективность работы ветроэнергетической установки, а также снижать риски, связанные с внедрением новой технологии. С помощью уравнений Навье-Стокса, открытой объектно-ориентированной библиотеки OpenFOAM и современных вычислительных ресурсов, таких как гибридный вычислительный кластер К-100 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, можно создать точную модель, имитирующую обтекание узла лопасти потоком воздуха. Особое внимание уделено визуализации результатов параметрического анализа, позволяющей определить оптимальную геометрию узла лопасти с учетом ограничений на массу и момент инерции.

В статье будут представлены результаты численных экспериментов, демонстрирующие эффективность разработанного подхода и перспективы его применения для проектирования других сложных технических систем.

## **2. Цифровой двойник: концепция и возможности**

Цифровой двойник – это виртуальная копия физического объекта или системы, которая постоянно обновляется данными, полученными от реального прототипа. Это позволяет не только отслеживать текущее состояние объекта, но и прогнозировать его поведение в различных условиях, а также оптимизировать его характеристики.

Важно отличать цифровой двойник от цифровой тени. Цифровая тень способна предсказывать поведение реального объекта только в тех условиях, в которых осуществлялся сбор данных, но не позволяет моделировать ситуации, в которых реальный объект не эксплуатировался. Цифровой двойник, напротив, позволяет моделировать широкий спектр сценариев и проводить виртуальные испытания, что особенно важно при разработке новых продуктов и оптимизации существующих.

В контексте разрабатываемых сложных и дорогостоящих установок, таких как ветроэнергетические комплексы, создание цифрового двойника становится мощным инструментом для оптимизации процесса проектирования и снижения рисков, связанных с внедрением новой технологии. На этапе разработки, когда физический прототип еще не существует или находится на ранних стадиях создания, цифровой двойник позволяет проводить виртуальные испытания и моделирование различных конструктивных решений, выявлять потенциальные проблемы и оптимизировать параметры системы до начала дорогостоящего физического производства.

Ветроэнергетические установки, даже на стадии проектирования, представляют собой сложную систему, требующую учета множества факторов, включая аэродинамику, прочность материалов, динамику нагрузок и эффективность преобразования энергии. Традиционные методы проектирования, основанные на последовательном выполнении отдельных этапов и физических испытаниях прототипов, могут быть длительными, дорогостоящими и не всегда позволяют выявить все потенциальные проблемы на ранних стадиях.

Цифровой двойник позволяет перейти к итеративному процессу проектирования, в котором виртуальные испытания и моделирование проводятся на каждом этапе разработки, позволяя быстро оценивать различные конструктивные решения и выявлять оптимальные параметры системы. Благодаря непрерывному обмену данными между цифровой моделью и результатами физических экспериментов (если таковые проводятся), цифровой двойник становится все более точным и надежным инструментом для прогнозирования поведения реальной установки. Это позволяет

снизить риски, связанные с внедрением новой технологии, сократить время и затраты на разработку, а также повысить эффективность и надежность конечного продукта.

Экономическая целесообразность создания цифрового двойника на этапе разработки ветроэнергетических установок обусловлена несколькими факторами. Во-первых, снижение затрат на физические испытания и прототипирование за счет проведения виртуальных экспериментов. Во-вторых, сокращение времени разработки за счет ускорения процесса принятия решений и выявления потенциальных проблем на ранних стадиях. В-третьих, повышение эффективности и надежности конечного продукта за счет оптимизации параметров системы на основе результатов виртуальных испытаний. В-четвертых, снижение рисков, связанных с внедрением новой технологии, за счет проведения виртуальных испытаний и моделирования различных сценариев.

Концепция цифровых двойников активно развивается в российской экономике, о чем свидетельствуют работы [8-11]. Разработана отдельная парадигма их применения в масштабах мировой экономики – Smart Digital Twin [(Simulation & Optimization)-Based Smart Big Data]-Driven Advanced (Design & Manufacturing), драйвером которой является «умный» цифровой двойник, формируемый в результате мультидисциплинарного многомасштабного численного моделирования и применения многих технологий оптимизации [8].

В контексте сложных и дорогостоящих установок, таких как ветроэнергетические комплексы, создание цифрового двойника становится не просто желательным, а практически необходимым условием для обеспечения их эффективной и безопасной эксплуатации. Ветроэнергетические установки функционируют в условиях высокой неопределенности, подвергаясь воздействию переменных ветровых нагрузок, температурных колебаний, коррозии и других факторов, которые могут привести к деградации их характеристик и возникновению аварийных ситуаций. Традиционные методы мониторинга и диагностики, основанные на периодических инспекциях и анализе исторических данных, зачастую оказываются недостаточными для своевременного выявления и предотвращения потенциальных проблем.

Создание цифрового двойника на этапе разработки ветроэнергетических установок является стратегически важным шагом, позволяющим оптимизировать процесс проектирования, снизить риски, повысить эффективность и надежность конечного продукта, а также сократить время и затраты на разработку. Эта технология открывает новые горизонты для развития ветроэнергетики и способствует созданию более эффективных и надежных энергетических систем.

### **3. Создание цифрового двойника узла лопастей ветроэнергетической установки**

Для эффективного создания цифрового двойника узла лопастей ветроэнергетической установки необходимо объединить усилия специалистов из разных областей: инженеров-конструкторов, технологов, материаловедов, расчетчиков и других. Это приводит к формированию нового типа инженера – системного инженера, обладающего компетенциями в различных областях знаний и способного эффективно взаимодействовать с различными инструментами моделирования и анализа.

Процесс создания цифрового двойника включает в себя несколько этапов, каждый из которых играет важную роль в обеспечении адекватности и точности виртуальной модели. Основные этапы представлены следующим списком:

1. Построение CAD-модели.
2. Построение расчетной сетки.
3. Моделирование обтекания — на этом этапе проводится решение задачи моделирования обтекания узла лопастей на основе уравнений Навье-Стокса с

использованием специализированного программного обеспечения, такого как OpenFOAM [12-16].

#### 4. Визуализация результатов.

Разработанная для моделирования работы и вариации формы узла лопастей модель представляет собой единую технологическую цепочку алгоритмов, включающую в себя построение CAD-модели для описания сложной геометрии узла лопастей, построение расчетной сетки на основе полученной геометрии, решение задачи моделирования обтекания на основе полной системы уравнений Навье-Стокса, а также визуализацию и анимацию результатов в моно- и стереорежимах. На основе реализованной единой технологической последовательности алгоритмов разработаны технологии вариации формы узла лопастей по ключевым параметрам для нахождения оптимальной формы узла лопастей с точки зрения силовых характеристик.

Целью данного исследования является поиск оптимальной формы узла лопастей энергетической установки с точки зрения энергонагрузки. Необходимо найти форму изделия, обеспечивающую максимальный вращающий момент, варьируя при этом три ключевых геометрических параметра узла – два угла наклона лопастей и ширину лопасти. При этом возможное увеличение массы узла и его момента инерции не должно значительно превышать аналогичные параметры для базового варианта формы узла.

Для реализации расчетов применялась открытая объектно-ориентированная библиотека OpenFOAM, написанная на языке C++, поддерживающая механизмы массивного распараллеливания и предназначенная для численного моделирования задач механики сплошной среды [12-14]. Библиотека основана на конечно-объемных аппроксимациях, написанных в операторной форме. Элементы OpenFOAM активно используются в промышленности, в академической сфере и экспертном сообществе, в частности при численном анализе энергетических характеристик установок горизонтального типа [14-16]. Все расчеты по решению задач математического моделирования обтекания энергоустановки проводились на гибридном вычислительном кластере K-100 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [17] в режиме параллельных вычислений. В качестве математической модели использовалась полная система уравнений Навье-Стокса, описывающая движение вязкого теплопроводного сжимаемого газа [18]. Для анализа результатов была построена методика анимированного визуального представления работы узла лопастей в моно- и стереорежимах [3], основанная на современных методах и концепциях визуального отображения результатов численных расчетов.

В результате ранее проведенных работ была построена компьютерная технология, позволяющая проводить математическое моделирование узла лопастей энергоагрегата с конкретно заданными геометрическими параметрами и определять силовую нагрузку, действующую на агрегат в потоке воздуха. Тем самым была создана основа для дальнейших исследований по определению оптимальной формы узла лопастей с точки зрения ветровой нагрузки с учетом технологических ограничений.

Построение работоспособной и эффективной численной технологии включает в себя несколько необходимых этапов, к которым относятся ввод геометрической информации, ее обработка, построение сеточной модели, выбор специализированных алгоритмов расчета обтекания, анализ текущих результатов, расчет функционалов (сил и моментов), визуальное представление результатов, обработка и анализ результатов многовариантных расчетов. Основой построения технологии является процесс математического моделирования узла лопастей ветроустановки с конкретно заданными геометрическими параметрами под определенной ветровой нагрузкой. Сам процесс математического моделирования предполагает создание экспериментального расчетного комплекса для расчета обтекания полной компоновки ветроустановки на основе решения уравнений Навье-Стокса и вычисление соответствующих интегральных характеристик потока.

Следующим важным этапом является создание методики проведения оптимизационных расчетов для выбора оптимальной формы ветроагрегата на основе оптимизации величин выбранных интегральных характеристик.

Процесс построения сетки начинается с описания поверхности, ограничивающей рассматриваемое трехмерное тело. Как правило, поверхность реального трехмерного объекта сложной формы, полностью или частично импортируется из CAD-пакета и в случае необходимости может быть отредактирована. К поверхностным сеткам предъявляются довольно «очевидные» требования – отсутствие самопересечений, замкнутость и некоторые другие. При работе с реальными промышленными объектами получаемые CAD-поверхности удовлетворяют названным критериям в редких случаях и для получения объемной расчетной сетки нужного качества необходима дополнительная подготовка поверхности.

Для достижения указанной цели используется ряд автоматических инструментов с широким набором средств контроля качества, такие инструменты создания и редактирования поверхностных сеток как «surface wrapping» и «remeshing», что позволяет на порядки сократить затрачиваемое время и практически полностью исключить подготовку сетки «вручную». «Surface wrapper» исправляет дефекты CAD-геометрии (закрывает отверстия, устраняет самопересечения и т. д.), что позволяет получить на выходе замкнутую поверхность с требуемой степенью детализации. Для создания начальной треугольной поверхностной сетки высокого качества применяется «surface remesher», который позволяет с помощью достаточно широкого набора настроек получить поверхность, обладающую необходимыми параметрами (степень гладкости в областях с высокой кривизной, степень разрешения тонких мест, скорость роста характерного размера поверхностных ячеек при удалении от областей с высокой детализацией, сохранение топологических особенностей, локальное измельчение сетки и т. д.).

Рис. 1 представляет уже «сетку без ошибок» – треугольную поверхностную сетку, обладающую необходимыми параметрами (степень гладкости в областях с высокой кривизной, уровень разрешения тонких мест, скорость роста характерного размера поверхностных ячеек при удалении от областей с высокой детализацией, сохранение топологических особенностей, локальное измельчение сетки и т.д.).

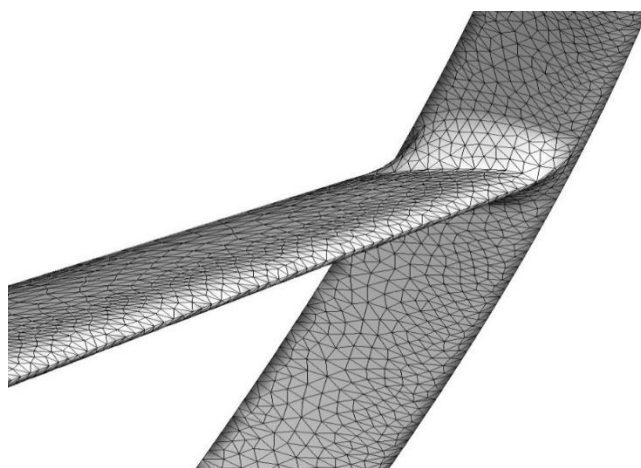


Рис. 1. Исправленная поверхностная треугольная сетка, построенная для исходной CAD-поверхности

Результирующая поверхностная сетка является основой для построения объемной расчетной сетки. Особенности численного моделирования течений жидкостей и газов диктуют некоторые правила построения объемных сеток. При решении таких задач объемная сетка, как правило, состоит из двух основных частей: призматической вблизи

обтекаемых поверхностей и произвольной многогранной на достаточном удалении от поверхностей.

В настоящее время течения газовой сплошной среды (т.е. газовой среды при предположении, что ее можно рассматривать, не учитывая индивидуальных частиц) рассчитываются на основе уравнений Навье-Стокса. Указанная система уравнений выглядит следующим образом, см., например, [18].

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) &= -\nabla p + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t) \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} H) &= \nabla \cdot [\vec{u} \cdot (\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t) + (\vec{q}_m + \vec{q}_t)]\end{aligned}$$

Здесь  $\vec{u}$  есть вектор скорости осредненного течения с компонентами  $(u, v, w)$ ;  $\tau_m$  и  $\tau_t$  – молекулярные и турбулентные (полученные путем осреднения различных функционалов от мелкомасштабных пульсаций) компоненты тензора вязких напряжений;  $E = e + |\vec{u}|^2/2$  – удельная полная энергия газа,  $e$  – удельная внутренняя энергия газа  $H = E + p/\rho$  – полная энтальпия;  $\vec{q}_m$  и  $\vec{q}_t$  – молекулярные и турбулентные компоненты векторов плотности теплового потока.

Вид оставшихся турбулентных компонент уже не является универсальным, их выбор представляет собой так называемые модели турбулентности. Модели турбулентности необходимо выбирать, учитывая свойства реальных физических течений при выбранном диапазоне параметров. Заметим, что в проведенных расчетах влияние турбулентности на физические характеристики всего процесса не рассматривался.

Для решения задачи определения оптимальной формы геометрии ветроустановки с точки зрения силовой нагрузки построен ряд моделей узла лопастей с различной геометрией исследуемого объекта. Нами выбрано три основных параметра, варьирование которых позволяет описать большое многообразие возможных геометрических форм.

На рис. 2 схематически показаны эти изменяемые параметры:  $\gamma_1$  – угол между направлением основной лопасти и вертикалью,  $\gamma_2$  – угловой размер основной лопасти в направлении оси вращения,  $L$  – ширина основной лопасти. Заметим, что всюду ниже мы будем приводить результаты для тройки параметров  $(\gamma'_1, \gamma_2, L)$ , где  $\gamma'_1 = 90^\circ - \gamma_1$ .

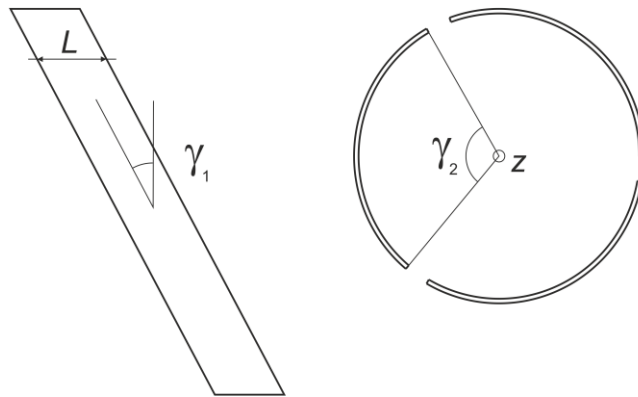


Рис. 2. Варьируемые геометрические параметры  $(\gamma_1, \gamma_2, L)$  для определения оптимальной формы геометрии узла лопастей.

Для определения основных параметров и размеров (расстояния между опорами, усредненная форма сечений лопастей и пр.) изделия использовалась геометрия ветроэнергоустановки, полученная в результате сканирования прототипного опытного образца, а построение непосредственно поверхности и ее модификации осуществлялось средствами CAD-пакета SolidWorks. Все построенные модели экспортировались в формате SLDPRT.

Значения  $(\gamma'_1, \gamma_2, L)$  меняются в некотором диапазоне, при этом в качестве базового  $(\gamma'_1)_{\text{баз}}, (\gamma_2)_{\text{баз}}, L_{\text{баз}}$  выбран результат лазерного сканирования опытного образца:  $(\gamma'_1)_{\text{баз}} = 55$  градусов,  $(\gamma_2)_{\text{баз}} = 120$  градусов,  $L_{\text{баз}} \sim 20$  см.  $\gamma'_1$  принимает значения 45, 50, 55, 60 и 65 градусов,  $\gamma_2$  — значения 100, 110, 120 и 130 градусов,  $L$  выбирается из набора величин  $0.8 L_{\text{баз}} (L - 20\%), 0.9 L_{\text{баз}} (L - 10\%), L_{\text{баз}}, 1.1 L_{\text{баз}} (L + 10\%), 1.2 L_{\text{баз}} (L + 20\%)$ .

Дополним для наглядности схематическую картину, представленную на рис. 2, трехмерными изображениями, см. рис. 3-4. Рисунки представляют изменение формы узла лопастей при вариации вышеописанных геометрических параметров.

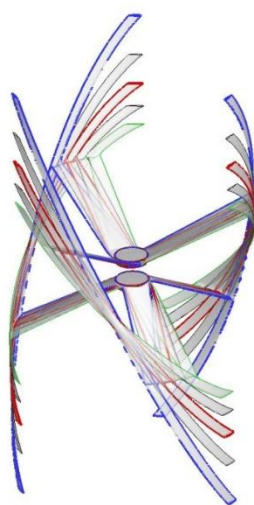


Рис. 3. Изменение углового параметра  $\gamma'_1$ : 45 (зеленый), 50 (серый), 55 (базовый вариант, красный), 60 (серый) и 65 (синий) градусов.  $\gamma_2 = (\gamma_2)_{\text{баз}}, L = L_{\text{баз}}$ .

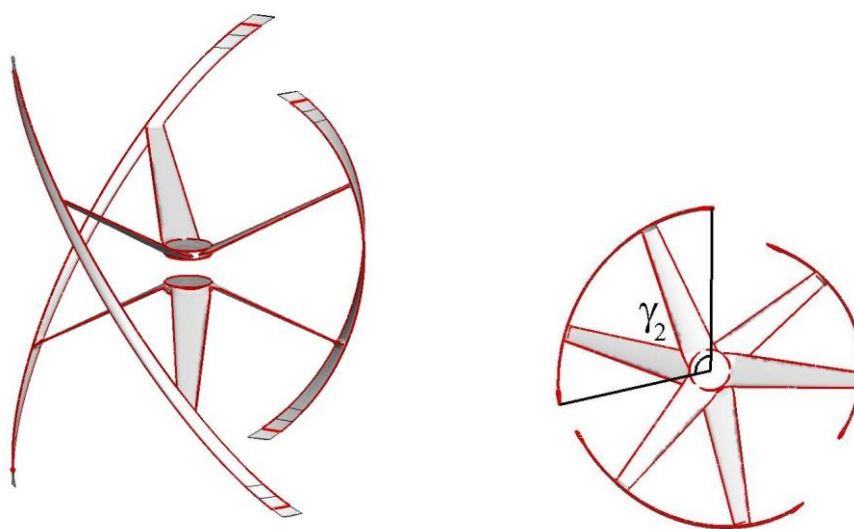


Рис. 4. Изменение углового параметра  $\gamma_2$ : 100, 110, 120 (базовый вариант, красный) и 130 градусов. При этом параметры  $\gamma'_1 = (\gamma'_1)_{\text{баз}}, L = L_{\text{баз}}$ .



Формальная общая постановка задачи оптимизации выглядит следующим образом: найти среди элементов  $x$ , образующих множество  $X$ , такой элемент  $x^*$ , на котором заданная функция  $f(x)$  достигает минимального (или максимального) значения, т.е.  $f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$  (или  $f(x^*) = \max_{x \in X} f(x)$ , соответственно). Следовательно, для того, чтобы поставить задачу оптимизации необходимо задать: допустимое множество  $X = \{\vec{x} | g_i(\vec{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \subset R^n$ , целевую функцию  $f(x): X \rightarrow R^n$  и критерий поиска – что мы ищем – (max или min).

Решить подобную задачу означает либо найти искомый экстремум  $f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$ , либо показать, что решения не существует. Если при задании допустимого множества  $X$  ограничения  $g_i(\vec{x})$  отсутствуют, то мы имеем дело с задачей безусловной оптимизации. Если условия  $g_i(\vec{x})$  существуют, то подобную задачу называют задачей условной оптимизации.

Предполагая возможность ряда конструкторских ограничений по сути рассматриваемой задачи, мы формально имеем дело с задачей условной многопараметрической оптимизации, которая характерна для задач конструкторской оптимизации вообще. Наш случай является многопараметрической оптимизационной задачей, т.к. рассматриваются вариации трех ключевых геометрических параметров. Вариации этих параметров ограничены диапазонами, и, следовательно, накладывают ограничения на варьируемые параметры. В целом задачу разведочного параметрического поиска можно сформулировать следующим образом: найти значения ключевых геометрических параметров узла лопастей  $x^* = ((\gamma_1')^*, \gamma_2^*, L^*)$ , обеспечивающие максимальное значение целевой функции  $M^* = \max M(\gamma_1', \gamma_2, L)$ . В качестве целевой функции выбирались основные аэродинамические характеристики: полная аэродинамическая сила  $\vec{F}$  и вращающий момент  $\vec{M}$ .

Для решения оптимизационной задачи предполагается использовать сеточный метод, что является целесообразным для первоначальной оценки, поскольку многомерные задачи являются значительно более сложными и трудоемкими, чем одномерные. Суть предлагаемого метода поиска наименьшего значения заключается в определении значений целевой функции в дискретном наборе узлов, не выходящих за рамки допустимого множества  $X$ . Иными словами, проводится разбиение с определенным шагом диапазонов изменения для каждого из ключевых геометрических параметров.

Таким образом, область пространства, образуемая диапазонами изменения параметров, покрывается сеткой. В каждом из узлов сетки вычисляется целевая функция. Наибольшее из множества значений целевой функции на данной сетке принимается за максимум. Ранее традиционно считалось, что для задач большей размерности данный метод практически непригоден из-за большого времени, необходимого для расчетов. Однако развитие параллельных вычислений позволяет ускорять процессы расчетов на порядки. Это обстоятельство делает самые неприхотливые и простые методы реально применимыми к практическим задачам. Более того, их простота и надежность создают им в этом случае значительные преимущества.

Проведенные массовые численные расчеты позволяют осуществить разведочный поиск и грубую оптимизационную прикидку оптимальной совокупности ключевых геометрических параметров с точки зрения максимизации вращающего момента узла лопастей. Для этого каждый из ключевых параметров  $\gamma_1', \gamma_2, L$  последовательно варьировался. При этом два оставшихся параметра фиксировались.

Анализ полученных в расчетах значений объема узла лопастей и его момента инерции для различных вариантов геометрии узла показывает, что вариации угловых параметров и вариация ширины лопасти оказывают разное влияние на геометрические характеристики – объем и момент инерции узла. В частности, вариация ширины ведет к более значительному увеличению объема и момента



инерции, что лишает смысла учет ограничений при совместной вариации угловых параметров и ширины лопасти. Поэтому было принято решение проводить учет конструкторских ограничений при вариации угловых параметров для каждого слоя данных, соответствующего заданной ширине лопасти, отдельно.

Ниже представлены результаты по учету конструкторских ограничений согласно ранее построенной методике [7] для вариации угловых параметров  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  при заданной ширине лопасти  $L+20\%$ .

На рисунке 5 рассчитанные объемы представляются в виде трехмерной поверхности  $V_i(\gamma'_1, \gamma_2)$  в зависимости от вариаций основных углов. Плоскость, ограниченная красным, соответствует значению объема для базового варианта. Соответственно, плоскость, ограниченная синим, соответствует значению объема для базового варианта, увеличенному на 10%. Линии пересечения обеих плоскостей с поверхностью значений объемов ограничивают вариацию формы изделия. На рисунке 6 область допустимых значений при учете ограничений по объему представлена на плоскости вариации угловых параметров и заключена в области, ограниченной толстыми красной и синей линиями.

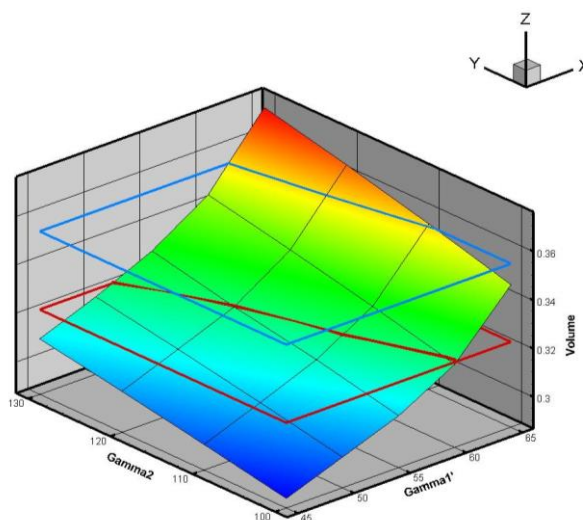


Рис. 5. Организация учета ограничений по объему для слоя данных  $L+20\%$ .

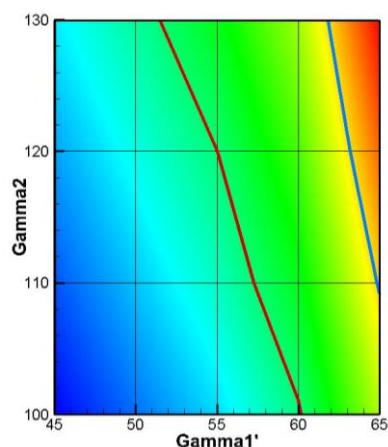


Рис. 6. Область ограничения по объему при вариации углов для слоя данных  $L+20\%$ .

Аналогичным образом определяются ограничения для момента инерции. Они показаны на рисунках 7 и 8. На рисунке 7 рассчитанные моменты инерции представляются в виде трехмерной поверхности  $M_i(\gamma'_1, \gamma_2)$  в зависимости от вариаций основных углов. Плоскость, ограниченная красным, соответствует значению момента инерции для базового варианта. Соответственно, плоскость, ограниченная синим,

соответствует значению момента инерции для базового варианта, увеличенному на 10%. Линии пересечения обеих плоскостей с поверхностью значений моментов инерции ограничивают вариацию формы изделия. На рисунке 8 диапазон допустимых значений представлен на плоскости вариации угловых параметров в виде области между толстыми красной и синей линиями.

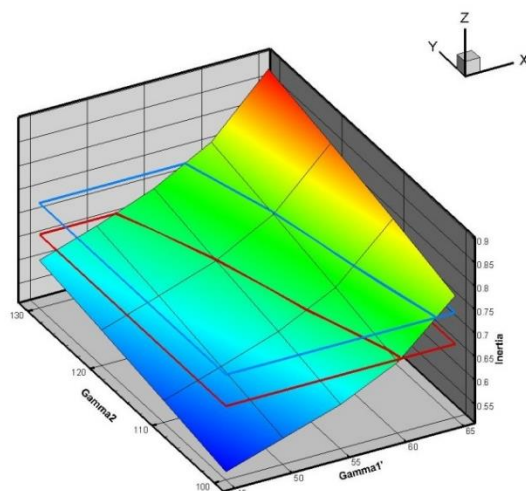


Рис. 7. Организация учета ограничений по моменту инерции для слоя данных L+20%.

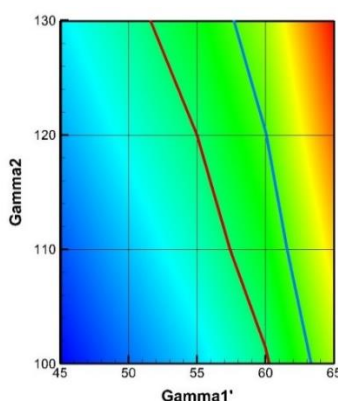


Рис. 8. Область ограничения по моменту инерции при вариации углов для слоя данных L+20%.

Таким образом, для заданного слоя данных, соответствующего ширине лопасти L+20%, мы получили ограничения по объему и моменту инерции, представленные на рисунках 6 и 8. Теперь надо организовать их совместный учет. Для этой цели их следует совместить на одном изображении и выбрать диапазон вариации углов, соответствующий наиболее жесткому ограничению.

Для более наглядного представления рассмотрим рисунок 9. Это представление дает нам возможность более точно определить диапазон вариации угловых параметров, обеспечивающий максимизацию вращающего момента с учетом наложенных ограничений на изменение объема и момента инерции узла лопастей.

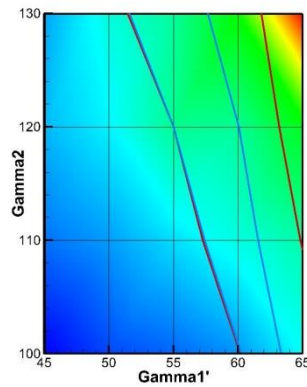


Рис. 9. Двумерное представление распределения момента инерции с учетом ограничений при вариации угловых параметров.

Рисунок 9 дает точное представление об искомом диапазоне вариации угловых параметров. Можно утверждать, что при учете выбранных ограничений по объему и моменту инерции нужный диапазон заключается в пределах вариации угла  $\gamma'_1$  от 55 до 60, а угла  $\gamma_2$  — от 120 до 125.

#### **4. Перспективы развития: от специализированного решения к парадигме цифрового инжиниринга**

Технология создания цифровых двойников, разработанная и апробированная коллективом Института Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН на примере узла лопастей ветроэнергетической установки, представляет собой не только эффективное решение для оптимизации конкретной конструкции, но и потенциально трансформирующую парадигму в области цифрового инжиниринга. Достигнутые результаты свидетельствуют о возможности создания масштабируемой и адаптивной платформы, способной интегрировать различные методы математического моделирования, численного анализа и визуализации данных для решения широкого круга задач в различных отраслях промышленности.

Дальнейшее развитие технологии предполагает углубленное исследование и расширение функциональных возможностей платформы в следующих направлениях:

1. Развитие методов адаптивного моделирования: Необходимо разрабатывать методы адаптивного моделирования, позволяющие автоматически изменять уровень детализации модели в зависимости от решаемой задачи и доступных вычислительных ресурсов. Это позволит оптимизировать процесс моделирования и анализа, обеспечивая требуемую точность результатов при минимальных затратах.

2. Исследование методов верификации и валидации моделей: Строгие методы верификации и валидации моделей, основанные на сравнении результатов моделирования с экспериментальными данными и результатами других независимых расчетов, позволят повысить доверие к результатам моделирования и обеспечить надежность принимаемых решений.

3. Разработка инструментов для автоматической генерации моделей: инструменты для автоматической генерации моделей на основе данных о геометрии, материалах и условиях эксплуатации системы дают потенциальные перспективы для сокращения время и затрат на создание цифровых двойников и позволяют сделать их доступными для широкого круга пользователей.

Разработанная технология может быть применена для решения широкого круга задач в различных отраслях промышленности, включая:

- Проектирование и оптимизация сложных технических систем: Разработка цифровых двойников для самолетов, автомобилей, энергетических установок и других

сложных технических систем позволит оптимизировать их конструкцию, повысить эффективность и надежность, а также снизить затраты на разработку и эксплуатацию.

- **Мониторинг и диагностика технического состояния:** Разработка цифровых двойников для мониторинга и диагностики технического состояния оборудования позволит своевременно выявлять дефекты и предотвращать аварии, а также оптимизировать графики технического обслуживания и ремонта.

- **Управление сложными технологическими процессами:** Разработка цифровых двойников для управления сложными технологическими процессами позволит оптимизировать режимы работы оборудования, повысить эффективность производства и снизить затраты на энергию и материалы.

- **Разработка новых материалов и технологий:** Разработка цифровых двойников для моделирования свойств и поведения новых материалов и технологий позволит ускорить процесс их разработки и внедрения в производство.

Реализация этих перспективных направлений развития потребует консолидации усилий научного сообщества, промышленных предприятий и государственных органов, а также привлечения значительных инвестиций в исследования и разработки. Однако результаты этих работ позволят создать мощную платформу для цифрового инжиниринга, которая будет способствовать повышению конкурентоспособности российской промышленности и укреплению позиций России на мировом рынке высоких технологий.

## **5. Заключение**

В настоящей работе представлен опыт коллектива Института Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН в разработке и применении технологии цифровых двойников для оптимизации конструкции узла лопастей ветроэнергетической установки. Показано, что создание цифрового двойника позволяет проводить виртуальные испытания и моделирование с высокой точностью, сокращая время и затраты на разработку и тестирование, а также находить оптимальные геометрические параметры, обеспечивающие максимальную эффективность работы установки. Разработанная технология представляет собой эффективное решение, готовое к масштабированию и применению в широком спектре инженерных задач. Она может быть использована для проектирования и оптимизации сложных технических систем в различных отраслях промышленности, а также для мониторинга и диагностики их технического состояния.

Перспективы дальнейшего развития технологии связаны с расширением функциональности платформы, разработкой специализированных библиотек моделей, интеграцией с системами автоматизированного проектирования и применением методов машинного обучения и искусственного интеллекта. Реализация этих перспективных направлений позволит создать мощную платформу для цифрового инжиниринга, которая будет способствовать повышению конкурентоспособности российской промышленности.

В заключение следует отметить, что технология цифровых двойников является одним из ключевых направлений развития современной науки и техники. Ее применение позволяет решать сложные инженерные задачи, создавать инновационные продукты и повышать эффективность производства. Дальнейшие исследования и разработки в этой области будут способствовать развитию российской экономики и повышению качества жизни населения.

## **Благодарности**

Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера K100, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

## Список литературы

1. Бондарев А.Е., Жуков В.Т., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. Разработка и организация математического моделирования обтекания неподвижной лопасти энергетической установки. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2014, № 60, 19 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-60>.
2. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко А.В., Визильтер Ю.В., Галактионов В.А., Гудков А.В., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Князь В.А., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Силаев Н.Ж., Феодоритова О.Б., Бондарева Н.А. Моделирование и визуализация работы энергетической установки сложной формы в режиме стереоанимации // Труды 25-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению ГрафиКон'2015, Протвино, Россия, 22-25 сентября 2015 г., с. 183-187.
3. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко, А.В., Визильтер Ю.В., Галактионов А.В., Гудков А.В., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Князь В.А., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Силаев Н.Ж., Феодоритова О.Б., Бондарева Н.А. Моделирование и визуализация работы узла лопастей сложной формы в энергетической установке / Научная визуализация, т.7, N 4, с.1-12, 2015. <http://sv-journal.org/2015-4/01.php?lang=ru>
4. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко, А.В., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Феодоритова О.Б. Моделирование и визуализация работы энергетической установки сложной формы / Математическое моделирование, 2016 (в печати).
5. Галактионов В.А., Бондарев А.Е., Жуков В.Т., Феодоритова О.Б., Новикова Н.Д., Мануковский К.В., Андреев С.В., Михайлова Т.Н., Рыжова И.Г. Разработка методики компьютерного расчета лопастей ветроэнергетической установки (ВЭУ) и создание численной модели ветроагрегата // Отчет ИПМ им. Келдыша РАН, № 12/15, 2015, 58 с.
6. Галактионов В.А., Бондарев А.Е., Жуков В.Т., Феодоритова О.Б., Новикова Н.Д., Мануковский К.В., Андреев С.В., Михайлова Т.Н., Рыжова И.Г. Решение оптимизационной задачи с целью нахождения оптимальной формы конструкции изделия с точки зрения силовой нагрузки // Отчет ИПМ им. Келдыша РАН, № 25/15, 2015, 49 с.
7. Галактионов В.А., Бондарев А.Е., Жуков В.Т., Феодоритова О.Б., Новикова Н.Д., Мануковский К.В., Андреев С.В., Михайлова Т.Н., Рыжова И.Г. Реализация уточненного решения задачи определения оптимальной формы узла лопастей и определение допустимого диапазона изменения геометрических параметров узла // Отчет ИПМ им. Келдыша РАН, № 2/16, 2016, 27 с.
8. Боровков А. И., Рябов Ю. А., Марусева В. М. Новая парадигма цифрового проектирования и моделирования глобально конкурентоспособной продукции нового поколения // Цифровое производство. Методы, экосистемы, технологии. М.: Департамент корпоративного обучения Московской школы управления Сколково, — 2018. — С. 5, 24-43.
9. Боровков А.И., Щербина Л.А., Марусева В.М., and Рябов Ю.А. «Мировая технологическая повестка и глобальные тенденции развития промышленности в условиях цифровой экономики» Инновации, — 2018. — N 12 (242) — С.33-42.
10. Боровков А.И., Марусева В.М., Рябов Ю.А. «Умные» цифровые двойники — основа новой парадигмы цифрового проектирования и моделирования глобально конкурентоспособной продукции нового поколения // Трамплин к успеху. — 2018. — № 13. — С.12–16. — URL: [http://assets.fea.ru/uploads/fea/news/2018/04\\_april/12/tramplin-uspeha\\_13-16.pdf](http://assets.fea.ru/uploads/fea/news/2018/04_april/12/tramplin-uspeha_13-16.pdf)
11. Боровков, А. И. Цифровые двойники: определение, подходы и методы разработки // Цифровая трансформация экономики и промышленности: Сборник трудов научно-практической конференции с зарубежным участием, Санкт-Петербург,

20–22 июня 2019 года / Под редакцией А.В. Бабкина. — Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 2019. — С.234-245. — DOI 10.18720/IEP/2019.3/25.

12. T.Maric, J.Hopken, K.Mooney. The OpenFOAM technology primer. [www.sourceflux.de/book](http://www.sourceflux.de/book), 2014.

13. OpenFOAM <http://www.openfoam.com>

14. First Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 20 - 21 March 2013. <http://www.forwind.de/sowe/Site/Home.html>

15. Second Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 19-21 May 2014. <http://wind.nrel.gov/2ndSOWE/>

16. Third Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 15–17 June 2015. <https://www.eko.polimi.it/index.php/sowe2015/SOWE2015>

17. Гибридный вычислительный кластер K-100 URL: <http://www.kiam.ru/MVS/resourses/k100.html>

18. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. – Москва, Наука, 1986.

This paper is an extended version of a contribution presented  
at the [Graphicon 2025 conference](#).

# A Digital Twin Based on Mathematical Modeling of a Wind Turbine Unit

A.E. Bondarev<sup>1</sup>

Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-3681-5212, [bond@keldysh.ru](mailto:bond@keldysh.ru)

## Abstract

This article presents a comprehensive approach to creating and visualizing a digital twin of a wind turbine assembly. The study focuses on integrating mathematical modeling with modern scientific visualization techniques. A methodology has been developed that combines multiparameter modeling of dynamic processes with their real-time visualization. Using differential equations of motion and finite element methods, a mathematical model has been developed that takes into account the aerodynamic and mechanical characteristics of the assembly under study. The results of numerical modeling using modern CAE systems are presented, including stress-strain state and aerodynamic analysis. Particular attention is paid to the development of algorithms for visualizing and interpreting multidimensional data.

**Keywords:** digital twin, scientific visualization, mathematical modeling, wind turbine, numerical methods, CAE systems, multiparameter modeling.

## References

1. Bondarev A.E., Zhukov V.T., Manukovsky K.V., Novikova N.D., Feodoritova O.B. Development and organization of mathematical modeling of the flow around a stationary blade of a power plant. Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, 2014, No. 60, 19 p. URL : [http : // library. keldysh. ru / preprint. asp ? id = 2014-60](http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-60).
2. Andreev S.V., Bondarev A.E., Bondarenko A.V., Vizilter Yu.V., Galaktionov V.A., Gudkov A.V., Zheltov S.Yu., Zhukov V.T., Ilovaiskaya E.B., Knyaza V.A., Manukovsky K.V., Novikova N.D., Ososkov M.V., Silaev N.Zh., Feodoritova O.B., Bondareva N.A. Modeling and visualization of a complex-shaped power plant in stereo animation mode // Proceedings of the 25th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2015, Protvino, Russia, September 22-25, 2015, pp. 183-187.
3. Andreev S.V., Bondarev A.E., Bondarenko A.V., Vizilter Yu.V., Galaktionov A.V., Gudkov A.V., Zheltov S.Yu., Zhukov V.T., Ilovaiskaya E.B., Knyaza V.A., Manukovsky K.V., Novikova N.D., Ososkov M.V., Silaev N.Zh., Feodoritova O.B., Bondareva N.A. Modeling and visualization of the operation of a complex blade assembly in a power plant / Scientific visualization, v.7, N 4, pp.1-12, 2015. [http : / / sv - journal. org / 2015-4/01. php ? lang = ru](http://sv-journal.org/2015-4/01.php?lang=ru)
4. Andreev S.V., Bondarev A.E., Bondarenko A.V., Zheltov S.Yu., Zhukov V.T., Ilovaiskaya E.B., Manukovsky K.V., Novikova N.D., Ososkov M.V., Feodoritova O.B. Modeling and visualization of the operation of a complex-shaped power plant / Mathematical modeling, 2016 (in press).
5. Galaktionov V.A., Bondarev A.E., Zhukov V.T., Feodoritova O.B., Novikova N.D., Manukovsky K.V., Andreev S.V., Mikhailova T.N., Ryzhova I.G. Development of a methodology for computer calculation of wind turbine (WT) blades and creation of a numerical model of a



wind turbine // Report of the Keldysh Institute of Problems of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, No. 12/15, 2015, 58 p.

6. Galaktionov V.A., Bondarev A.E., Zhukov V.T., Feodoritova O.B., Novikova N.D., Manukovsky K.V., Andreev S.V., Mikhailova T.N., Ryzhova I.G. Solution of the optimization problem with the aim of finding the optimal shape of the product design from the point of view of the power load // Report of the Keldysh Institute of Problems of Materials Science RAS, No. 25/15, 2015, 49 p.

7. Galaktionov V.A., Bondarev A.E., Zhukov V.T., Feodoritova O.B., Novikova N.D., Manukovsky K.V., Andreev S.V., Mikhailova T.N., Ryzhova I.G. Implementation of a refined solution to the problem of determining the optimal shape of a blade assembly and determining the permissible range of changes in the geometric parameters of the assembly // Report of the IAM named after. Keldysh RAS, No. 2/16, 2016, 27 p.

8. Borovkov A. I., Ryabov Yu. A., Maruseva V. M. New paradigm of digital design and modeling of globally competitive products of the new generation//Digital production. Methods, ecosystems, technologies. Moscow: Department of Corporate Training, Moscow School of Management Skolkovo, - 2018. - P. 5, 24-43.

9. Borovkov A.I., Shcherbina L.A., Maruseva V.M., and Ryabov Yu.A. "The global technological agenda and global trends in industrial development in the context of the digital economy" Innovations, - 2018. - N 12 (242) - P.33-42.

10. Borovkov A.I., Maruseva V.M., Ryabov Yu.A. "Smart" digital twins — the basis of a new paradigm of digital design and modeling of globally competitive products of the next generation // Springboard to success. — 2018. — No. 13. — P.12–16. — URL: [http://assets.fea.ru/uploads/fea/news/2018/04\\_april/12/tramplin-uspeha\\_13-16.pdf](http://assets.fea.ru/uploads/fea/news/2018/04_april/12/tramplin-uspeha_13-16.pdf)

11. Borovkov, A. I. Digital twins: definition, approaches, and development methods // Digital transformation of the economy and industry: Proceedings of the scientific and practical conference with foreign participation, St. Petersburg, June 20–22, 2019 / Edited by A. V. Babkin. — St. Petersburg: Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University", 2019. — P. 234–245. — DOI 10.18720/IEP/2019.3/25.

12. T. Maric, J. Hopken, K. Mooney. The OpenFOAM technology primer. [www.sourceflux.de/book](http://www.sourceflux.de/book), 2014.

13. OpenFOAM <http://www.openfoam.com>

14. First Symposium on OpenFOAM ® in Wind Energy. 20 - 21 March 2013. <http://www.forwind.de/sowe/Site/Home.html>

15. Second Symposium on OpenFOAM ® in Wind Energy. May 19-21, 2014. <http://wind.nrel.gov/2ndSOWE/>

16. Third Symposium on OpenFOAM ® in Wind Energy. 15– 17 June 2015. <https://www.eko.polimi.it/index.php/sowe2015/SOWE2015>

17. Hybrid computing cluster K-100 URL: <http://www.kiam.ru/MVS/resourses/k100.html>

18. Landau L.D., Livshits E.M. Hydrodynamics. – Moscow, Nauka, 1986.